

Πρώτο διαγώνισμα στις επιφάνειες
Διάρκεια 60 λεπτά

Θέμα 1

Δίνεται το σύνολο

$$S = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1 \right\}$$

- (i) Να αποδείξετε ότι S είναι κανονική επιφάνεια.
- (ii) Να βρείτε ένα σύστημα συντεταγμένων της S (να αιτιολογήσετε την απάντησή σας).

Θέμα 2

Έστω καμπύλη $c: I \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ με φυσική παράμετρο $s \in I$, καμπυλότητα $0 < k(s) < 1$, $\forall s \in I$ και στρέψη $\tau(s)$. Θεωρούμε την παραμετρική επιφάνεια $X: I \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ με

$$X(s, u) = c(s) + \vec{n}(s) \cos u + \vec{b}(s) \sin u, \quad (s, u) \in I \times \mathbb{R},$$

όπου \vec{n} το κύριο κάθετο και \vec{b} το δεύτερο κάθετο διάνυσμα της καμπύλης c .

- (i) Να αποδείξετε ότι η παραμετρική επιφάνεια X είναι κανονική.
- (ii) Να βρείτε τις παραμετρικές καμπύλες της επιφάνειας για $s = s_0$, όπου s_0 σταθερά.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ